Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Ausgangspunkt

Die Menge der möglichen Ergebnisse
des Zufallsexperiments $\Omega = \Omega_U \times \Omega_O$

Testwertvariablen $Y_i \colon \Omega \to \mathrm{IR}$

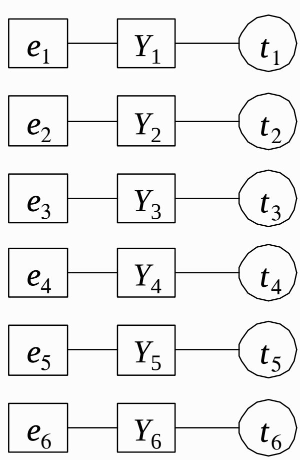
Person-Projektion $U \colon \Omega \to \Omega_U$

Definition der theoretischen Variablen

True-score-Variablen $t_i := E(Y_i \mid U)$

Meßfehlervariablen $e_i := Y_i - E(Y_i \mid U)$

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie



Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Eigenschaften der True-score- und Meßfehlervariablen, die durch ihre Definition impliziert werden:

Dekomposition der Variablen	$Y_i = t_i + e_i$	(1)
Dekomposition der Varianzen	$Var(Y_i) = Var(t_i) + Var(e_i)$	(2)
Andere Eigenschaften der True-Score-und der Meßfehlervariablen, die durch ihre Definition impliziert werden	$Cov(t_i, e_j) = 0$	(3)
	$E(e_i) = 0$	(4)
	$E(e_i \mid U) = 0$	(5)
für jede Abbildung von U:	$E[e_i \mid f(U)] = 0$	(6)

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Notation in Steyer und Eid (Messen und Testen) p_U statt U

Box 9.1. Das Wichtigste zu den Grundbegriffen der KTT

Menge der möglichen Ergebnisse $\Omega = \Omega_U \times \Omega_O$	Charakterisiert das Zufallsexperiment „Ziehe eine Person $u \in \Omega_U$ und registriere eine Ausprägung aus der Menge Ω_O der möglichen Merkmalsausprägungen“
Meß- oder Testwertvariablen $Y_i: \Omega \to \mathbb{R}$	Repräsentieren fehlerbehaftete Testwerte
Personenprojektion $U: \Omega \to \Omega_U$	Ihr Wert ist die beim betrachteten Zufallsexperiment gezogene Person u

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

True-Score-Variable $t_i := E(Y_i \mid U)$	Ist die wichtigste Art, die Vorstellung von einem wahren Wert zu präzisieren. Der wahre Wert einer Person u bzgl. Y_i ist $E(Y_i \mid U = u)$
Fehlervariable oder Residuum $e_i := Y_i - E(Y_i \mid U)$	Ihr Wert ist der zum oben definierten wahren Wert gehörige Fehler

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Einige Eigenschaften von wahrem Wert und Fehler	$Y_i = t_i + e_i \quad E(e_i) = 0$ $Cov(e_i, t_j) = 0 \quad E(e_i \mid U) = 0$ $Var(Y_i) = Var(t_i) + Var(e_i)$ Diese Eigenschaften folgen aus der Definition von t_i und e_i. Im allgemeinen gilt für $i \neq j$ *nicht*: $Cov(e_i, e_j) = 0$
Reliabilitat $Rel(Y_i) := Var(t_i)/Var(Y_i)$	Kennwert für die Zuverlässigkeit einer Testwertvariablen

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Fehlervarianz $Var(e_i)$	Kennwert für die Unzuverlässigkeit der Testwertvariablen
Bedingte Fehlervarianz $Var(e_i \mid U = u)$ oder $E(e_i^2 \mid U = u)$	Kennwert für die *bedingte* Unzuverlässigkeit der Testwertvariablen
Klassische Meßstruktur $\mathbb{M} = \langle\langle \Omega, \mathfrak{A}, P\rangle, \boldsymbol{E}(\boldsymbol{y} \mid U)\rangle$	Besteht aus dem W-Raum $\langle \Omega, \mathfrak{A}, P\rangle$ und den im Vektor $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{y} \mid U)$ zusammengefassten Regressionen $E(Y_i \mid U)$. $\mathbb{M}$ ist Baustein für die in den folgenden Kapiteln behandelten Messmodelle

Grundbegriffe der Klassischen Testtheorie

Annahmen und Modelle der KTT

Annahmen

(a_1) t-Äquivalenz $\quad t_i = t_j$

(a_2) essentielle t-Äquivalenz $\quad t_i = t_j + \lambda_{ij}, \quad \lambda_{ij} \in \mathrm{IR}$

(a_3) t-Kongenerität $\quad t_i = \lambda_{ij0} + \lambda_{ij1}\, t_j,$
$\quad \lambda_{ij0}, \lambda_{ij1} \in \mathrm{IR}, \ \lambda_{ij1} > 0$

(b) unkorrelierte Fehler $\quad Cov(e_i, e_j) = 0, \quad i \neq j$

(c) gleiche Fehlervarianzen $\quad Var(e_i) = Var(e_j)$

Modelle, die durch diese Annahmen definiert werden

- Parallele Tests: (a_1), (b) und (c)
- Essentiell t-äquivalente Tests: (a_2) und (b)
- t-kongenerische Tests: (a_3) und (b)