



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Definition: Annahmen (a₂) und (b)

(a₂) essentielle t -Äquivalenz $t_i = t_j + \lambda_{ij}$

(b) unkorrelierte Fehler $Cov(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j) = 0, i \neq j$

Aus (a₂) folgt die Existenz einer latenten Variablen \mathbf{h} mit

$$t_i = \mathbf{h} - \lambda_i$$

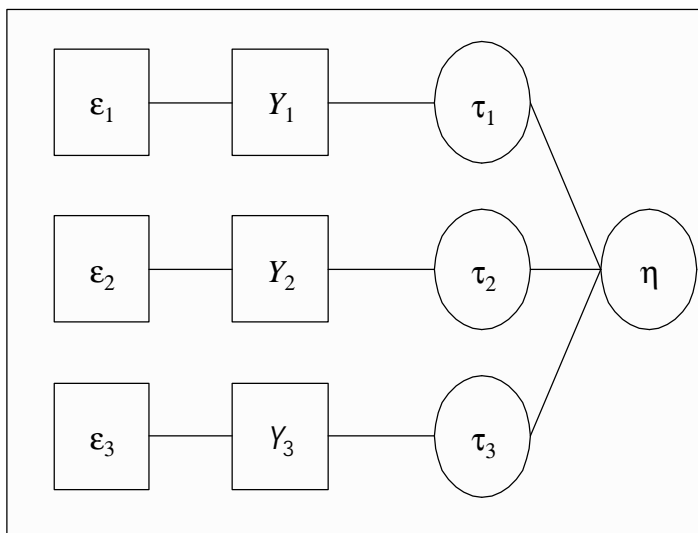
bzw.

$$Y_i = \mathbf{h} - \lambda_i + \mathbf{e}_i.$$

Denn $\mathbf{h} := t_1$ und $\lambda_i := -\lambda_{i1}$.

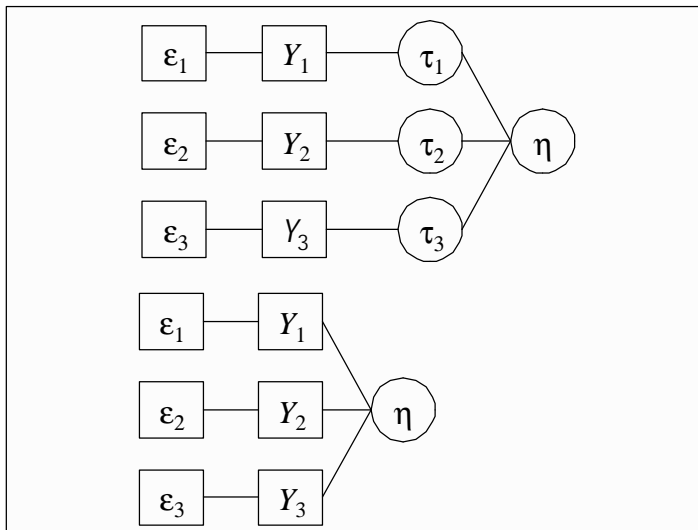


Einführung in das Modell essentiell t -äquivalenter Variablen





Modell essentiell t -äquivalenter Tests



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

$$\begin{aligned} \text{Cov}(Y_1, Y_2) &= \text{Cov}(\mathbf{h} + \lambda_1 + \mathbf{e}_1, \mathbf{h} + \lambda_2 + \mathbf{e}_2) \\ &= \text{Cov}(\mathbf{h}, \mathbf{h}) + \text{Cov}(\mathbf{h}, \mathbf{e}_2) \\ &\quad + \text{Cov}(\mathbf{e}_1, \mathbf{h}) + \text{Cov}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) \\ &= \text{Var}(\mathbf{h}) = \sigma_{\mathbf{h}}^2 \end{aligned}$$

$$\text{Var}(Y_i) - \text{Cov}(Y_1, Y_2) = \text{Var}(\mathbf{e}_i) = \sigma_{\mathbf{e}_i}^2$$



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Implizierte Kovarianzstruktur bei 3 Tests

$$\begin{bmatrix} \sigma_h^2 + \sigma_e^2 & \sigma_h^2 & \sigma_h^2 \\ \sigma_h^2 & \sigma_h^2 + \sigma_e^2 & \sigma_h^2 \\ \sigma_h^2 & \sigma_h^2 & \sigma_h^2 + \sigma_e^2 \end{bmatrix}$$



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Testbarkeit in der Gesamtpopulation

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = \sigma_h^2$$

$$E(Y_i) - E(Y_j) = E(Y_i - Y_j) = \lambda_{ij}$$

Testbarkeit in jeder Subpopulation

$$E^{(s)}(Y_i) - E^{(s)}(Y_j) = E^{(s)}(Y_i - Y_j) = \lambda_{ij}$$



Modell essentiell \mathbf{t} -äquivalenter Tests

Fixierung der Skala von \mathbf{h} : $E(\mathbf{h}) = 0$

Identifikation

$$\text{Var}(\mathbf{h}) = \text{Cov}(Y_i, Y_j), \quad i \neq j$$

$$\text{Var}(\mathbf{e}_i) = \text{Var}(Y_i) - \text{Cov}(Y_i, Y_j), \quad i \neq j$$

$$\text{Rel}(Y_i) = \text{Cov}(Y_i, Y_j) / \text{Var}(Y_i), \quad i \neq j$$



Modell essentiell \mathbf{t} -äquivalenter Tests

Box 10.1. Das Wichtigste zum Modell essentiell \mathbf{t} -äquivalenter Variablen

Grundannahmen:

(a) essentielle \mathbf{t} -Äquivalenz $\mathbf{t}_i = \mathbf{h} - \lambda_i, \quad i = 1, \dots, m$

(b) unkorrelierte Fehler $\text{Cov}(\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j) = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, m$

Eindeutigkeit:

\mathbf{h} und die Koeffizienten λ_i sind durch (a) eindeutig bis auf Translationen definiert. Die Größen \mathbf{h} und λ_i sind also differenzskaliert.



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Bedeutsamkeit:

Invariante Wahrheitswerte unter Translationen von \mathbf{h} , λ_i haben z.B.

Aussagen über:

$$\mathbf{h}(\omega_1) - \mathbf{h}(\omega_2) \quad \lambda_i - \lambda_j$$

$$\text{Var}(\mathbf{h}) \quad \text{Rel}(Y_i)$$

Testbarkeit:

Annahme (a) impliziert:

- (1) Gleichheit der Erwartungswerte in Subpopulationen

$$E^{(1)}(Y_i - Y_j) = E^{(2)}(Y_i - Y_j), \quad i, j = 1, \dots, m$$

- (2) Gleichheit der Kovarianzen

Annahmen (a) und (b) implizieren:

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = \text{Cov}(Y_k, Y_l), \quad i \neq j, k \neq l$$



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Tabelle 11.1. Empirische Kovarianzen (untere Dreiecksmatrix), Korrelationen (obere Dreiecksmatrix) und Mittelwerte der State-Angst-Testhälften in der Gesamtstichprobe

Meßgelegenheit		Meßgelegenheit 1		Meßgelegenheit 2	
		SA_1	SA_2	SA_3	SA_4
1	SA_1	24.67	.88	.40	.44
1	SA_2	21.90	25.14	.41	.47
2	SA_3	10.35	10.62	27.24	.90
2	SA_4	11.67	12.64	25.26	28.68
Mittelwerte		20.30	22.01	21.48	22.86

Anmerkungen: SA: State Angst. Die erste State-Angst-Testhälfte zu beiden Messgelegenheiten ist der Summenwert der Items 2, 3, 4, 5, 7, 8, 12, 14, 16, 17, die zweite aus dem Summenwert der Items 1, 6, 9, 10, 11, 13, 15, 18, 19, 20



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Tabelle 11.2. Die vom Modell implizierten Kovarianzen (untere Dreiecksmatrix) der State-Angst-Testhälften in der Gesamtstichprobe

Meßgelegenheit		Meßgelegenheit 1		Meßgelegenheit 2	
		SA ₁	SA ₂	SA ₃	SA ₄
1	SA ₁	24.67			
1	SA ₂	15.41	25.14		
2	SA ₃	15.41	15.41	27.24	
2	SA ₄	15.41	15.41	15.41	28.68

Anmerkung: Zur Notation siehe Tabelle 11.1



Modell essentiell t -äquivalenter Tests

Tabelle 11.3. Kovarianzen (untere Dreiecksmatrix), Korrelationen (obere Dreiecksmatrix) und Mittelwerte (letzte Zeile) der State-Angst-Testhälften in den beiden Geschlechtsgruppen

	Männer (N = 89)				Frauen (N = 90)			
	SA ₁	SA ₂	SA ₃	SA ₄	SA ₁	SA ₂	SA ₃	SA ₄
SA ₁	26.86	.89	.52	.59	22.77	.88	.26	.28
SA ₂	22.78	24.44	.55	.63	21.22	25.81	.27	.32
SA ₃	14.56	14.65	29.31	.90	6.35	7.00	25.31	.91
SA ₄	16.58	17.14	26.63	29.92	6.97	8.51	24.02	27.66
	20.24	21.63	21.79	23.11	20.36	22.39	21.17	22.61

Anmerkungen: Zur Notation siehe Tabelle 11.1. SA₁ und SA₂ sind zur ersten Messgelegenheit, SA₃ und SA₄ zur zweiten Messgelegenheit erhoben. Die letzte Zeile enthält die Mittelwerte.